RETI LOGICHE T

Ingegneria Informatica

Esercitazione 3

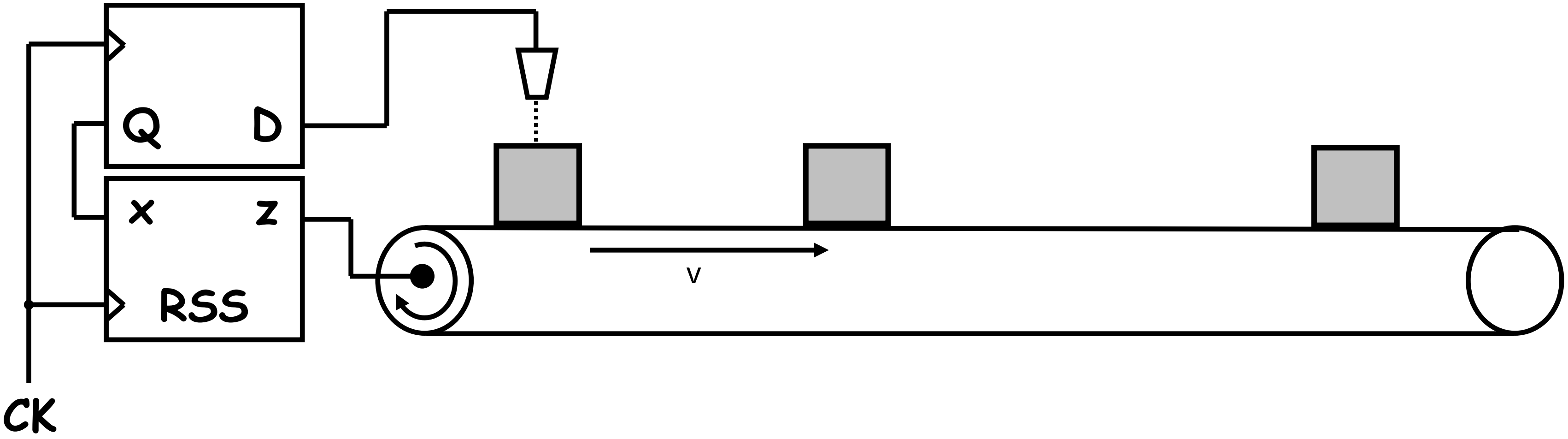
Reti Sequenziali Sincrone

Marco Lippi (marco.lippi3@unibo.it)

[Lucidi realizzati da Samuele Salti]

Esercizio Sintesi RSS

Si vuole progettare una rete sequenziale sincrona per il controllo di un nastro trasportatore, come mostrato in figura. La rete riceve all'ingresso X un segnale (sincronizzato da un flip-flop D azionato dallo stesso clock della RSS, di periodo T_0=25ms) proveniente da un sensore che rileva la presenza (X=1) o meno (X=0) di un oggetto all'inizio del percorso. La rete comanda con l'uscita Z il motore del nastro, e può farlo andare "lento" (Z=0, v=10m/s), o "veloce" (Z=1, v=16m/s). Quando il nastro va "lento", deve passare a "veloce" e mantenere tale condizione solo se dopo un oggetto c'è uno spazio vuoto sicuramente superiore a 50 cm; da "veloce" si deve tornare a "lento" se si osserva uno spazio vuoto sicuramente inferiore a 80 cm.



Esercizio Sintesi RSS

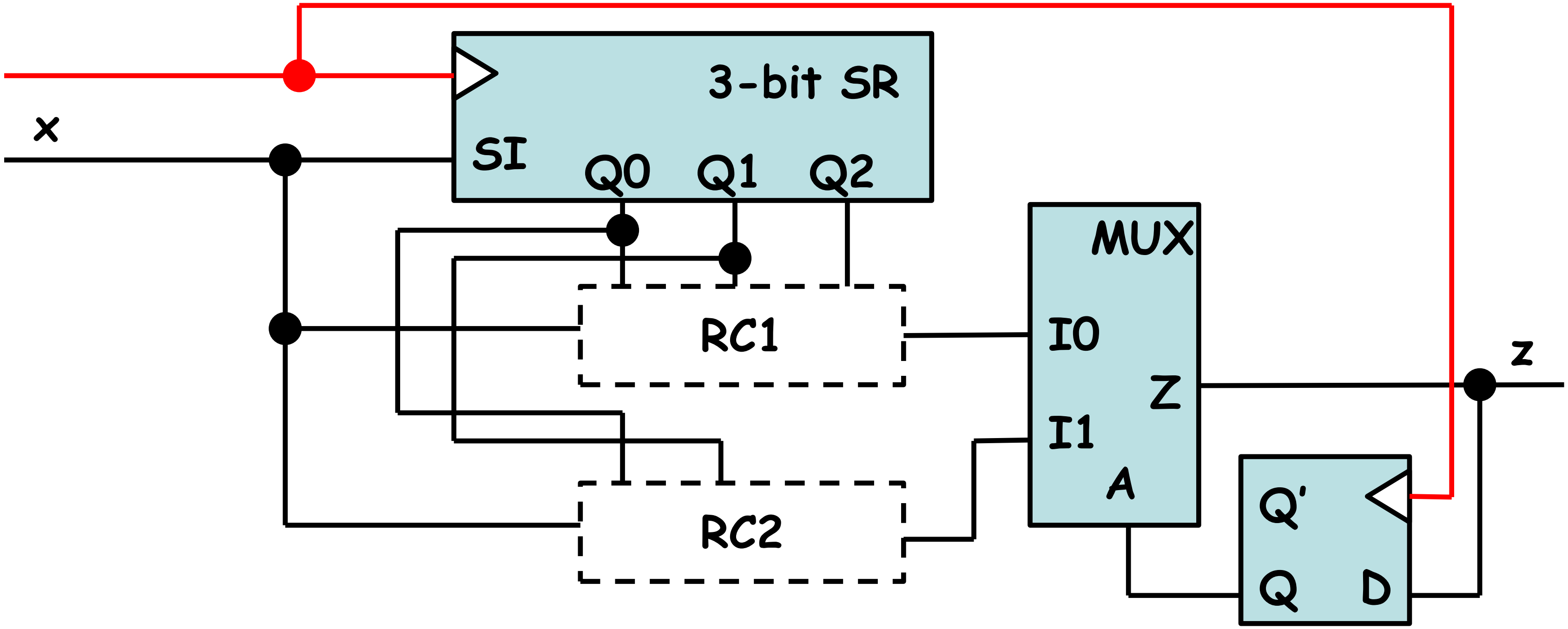
❖ Quale sequenza provoca la transizione dell’uscita da “lento” a “veloce”? Quale sequenza provoca la transizione dell’uscita da “veloce” a “lento”?

❖ Si tracci il grafo degli stati secondo il modello di Mealy usando 6 stati.

❖ Si compili la tabella di flusso, evidenziando gli stati equivalenti. Si compili la tabella delle transizioni relativa all’automa ridotto.

❖ Si sintetizzino a NOR le funzioni di eccitazione dei FFJK per i bit di stato.

❖ Nel caso in cui la RSS sia realizzata con uno shift register a 3 bit come nello schema sottostante, sintetizzare RC1 e RC2.



Domanda 1

Quando il nastro è in modalità “lento”, in un periodo di clock il nastro percorre

$$10\ \mathrm{m/s} * 25 * 10^{-3}\ \mathrm{s} = 25 * 10^{-2}\ \mathrm{m} = 25\ \mathrm{cm}$$

Per osservare un oggetto seguito da uno spazio vuoto di dimensione sicuramente superiore a 50 cm l’andamento dell’ingresso x deve quindi essere

x = 1 – 0 – 0 – 0

Quando il nastro è in modalità “veloce”, in un periodo di clock il nastro percorre

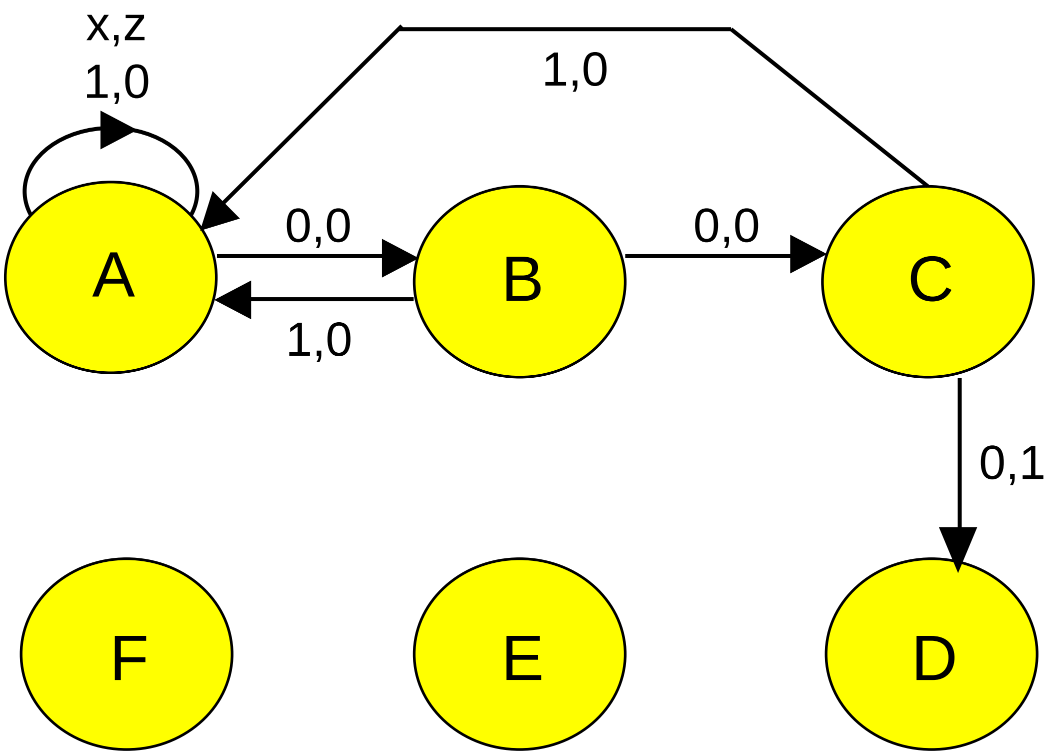
$$16\ \mathrm{m/s} * 25 * 10^{-3}\ \mathrm{s} = 400 * 10^{-3}\ \mathrm{m} = 40\ \mathrm{cm}$$

Per osservare un oggetto seguito da uno spazio vuoto di dimensione inferiore a 80 cm l’andamento dell’ingresso x deve essere

x = 1 - 0 - 1

La rete deve quindi riconoscere queste sequenze per passare da una modalità all’altra

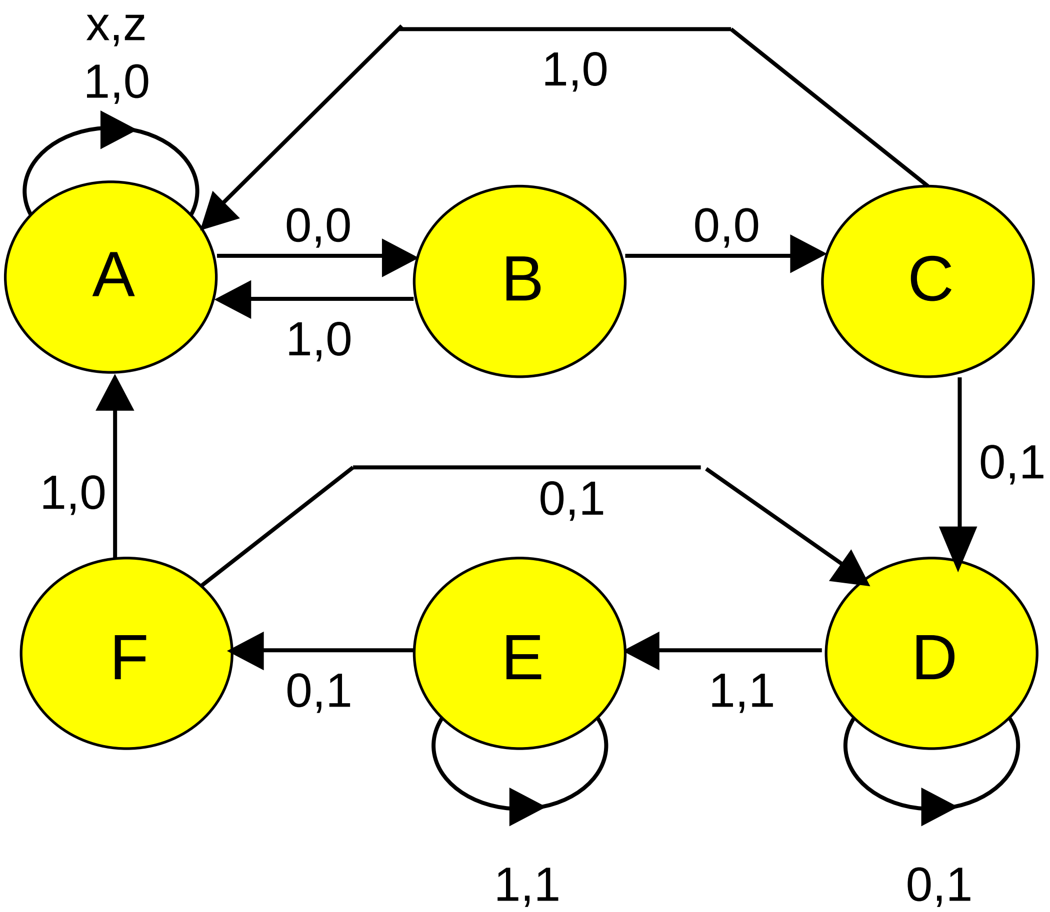
Domanda 2



x = 1 – 0 – 0 – 0 **z = 0 - 0 - 0 - 1**

Partiamo dal nastro in modalità "lenta" (Z=0) e usiamo 4 stati per riconoscere la sequenza di passaggio a modalità "veloce". Se durante il riconoscimento si presenta il simbolo "sbagliato", torniamo nello stato di partenza.

Domanda 2



x = 1 – 0 – 1 **z = 1 – 1 – 0**

Con il nastro in modalità “veloce” (Z=1), usiamo gli altri 2 stati per riconoscere la sequenza di passaggio a modalità “lenta”

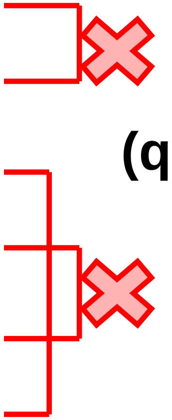
Domanda 3 – TdF e TdT minima

x^n

s.p.

	0	1
A	B,0	A,0
B	C,0	A,0
C	D,1	A,0
D	D,1	E,1
E	F,1	E,1
F	D,1	A,0

s.f., z^n



$(q_2\ q_1\ q_0)^n$

x^n

	0	1
A=000	001,0	000,0
B=001	011,0	000,0
CF=011	010,1	000,0
D=010	010,1	100,1
E=100	011,1	100,1
101	-,-	-,-
111	-,-	-,-
110	-,-	-,-

$(q_2\ q_1\ q_0)^{n+1}, z^n$

Codifica arbitraria: il campionamento solo sul fronte di salita del clock,operato dai flip-flop, elimina il rischio di corsa critica

Domanda 4 – Sintesi combinatoria FF JK

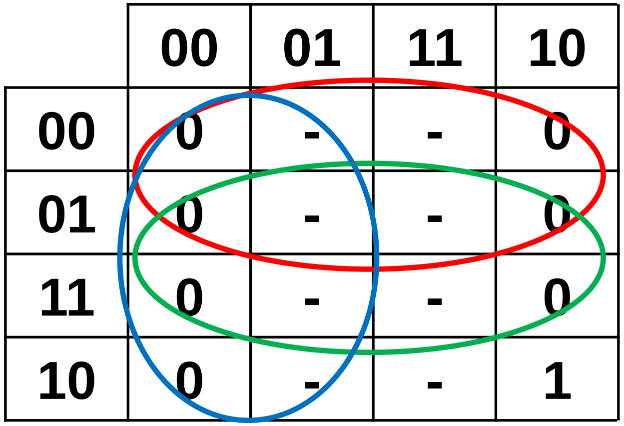
$(xq_2)^n$

$(q_1q_0)^n$	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	-	-	0
11	0	-	-	0
10	0	-	-	1

$(q_2)^{n+1}$

q^n	q^{n+1}		J^n	K^n
0	0	0	0	-
1	1	1	-	0
0	1	1	1	-
1	0	0	-	1

$(xq_2)^n$



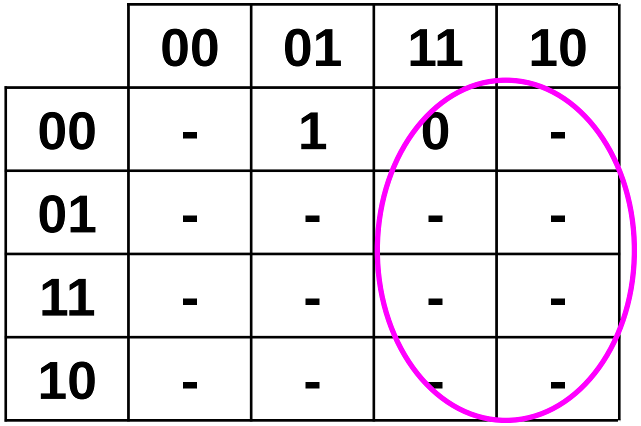
$(q_1q_0)^n$	00	01	11	10
00	0	-	-	0
01	0	-	-	0
11	0	-	-	0
10	0	-	-	1

$(J_2)^n$

$J_2 = q_1 \, x \, q_0'$

$J_2 = q_1' \downarrow x' \downarrow q_0$

$(xq_2)^n$



$(q_1q_0)^n$	00	01	11	10
00	-	1	0	-
01	-	-	-	-
11	-	-	-	-
10	-	-	-	-

$(K_2)^n$

$K_2 = x'$

Domanda 4 – Sintesi combinatoria

$(xq_2)^n$

$(q_1q_0)^n$	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	1	-	-	0
11	1	-	-	0
10	1	-	-	0

$(q_1)^{n+1}$

q^n	q^{n+1}		J^n	K^n
0	0	0	0	-
1	1	1	-	0
0	1	1	1	-
1	0	0	-	1

$(xq_2)^n$

$(q_1q_0)^n$	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	1	-	-	0
11	-	-	-	-
10	-	-	-	-

$(J_1)^n$

$J_1 = x' \, (q_0 + q_2)$

$J_1 = x \downarrow (q_0 \downarrow q_2)$

$(xq_2)^n$

$(q_1q_0)^n$	00	01	11	10
00	-	-	-	-
01	-	-	-	-
11	0	-	-	1
10	0	-	-	1

$(K_1)^n$

$K_1 = x$

Domanda 4 – Sintesi combinatoria

$(xq_2)^n$

$(q_1q_0)^n$

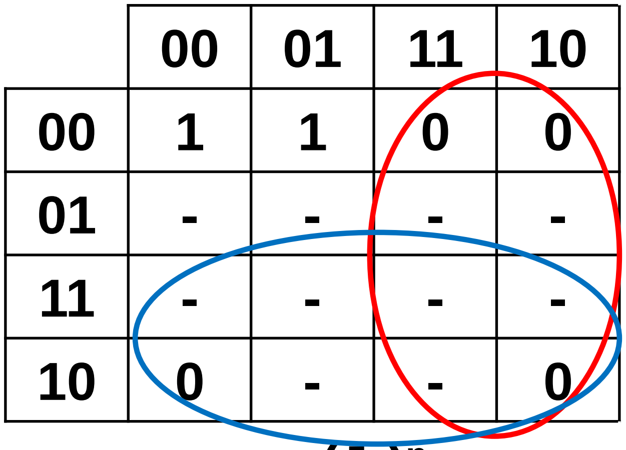
	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	1	-	-	0
11	0	-	-	0
10	0	-	-	0

$(q_0)^{n+1}$

q^n	q^{n+1}		J^n	K^n
0	0	0	0	-
1	1	1	-	0
0	1	1	1	-
1	0	0	-	1

$(xq_2)^n$

$(q_1q_0)^n$



	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	-	-	-	-
11	-	-	-	-
10	0	-	-	0

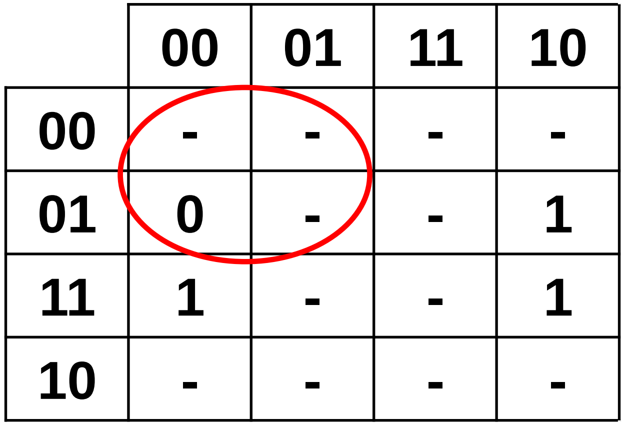
$(J_0)^n$

$J_0 = x' \; q_1'$

$J_0 = x \downarrow q_1$

$(xq_2)^n$

$(q_1q_0)^n$



	00	01	11	10
00	-	-	-	-
01	0	-	-	1
11	1	-	-	1
10	-	-	-	-

$(K_0)^n$

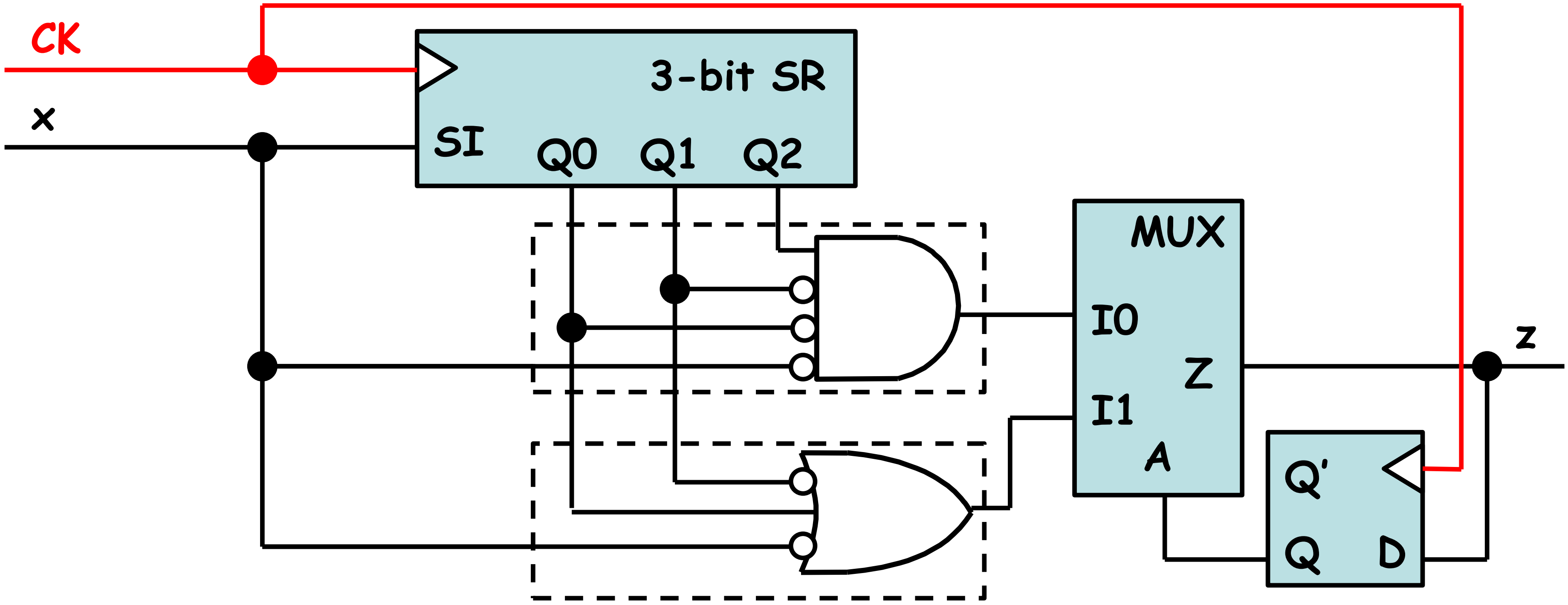
$K_0 = x + q_1$

$K_0 = (x \downarrow q_1)' = (x \downarrow q_1) \downarrow 0$

Domanda 5 – Sintesi con Shift Register

Tra i suoi possibili impieghi, lo shift register è adatto a risolvere problemi di riconoscimento sequenze. Abbiamo già visto che la RSS da sintetizzare può essere interpretata come un riconoscitore di due sequenze.

RC1 comanda l'uscita quando z=0 (modalità lenta): deve quindi mantenere uscita 0 finché non si presenta la sequenza 1000, a cui corrisponde uscita 1. Dal ciclo di clock successivo è RC2 a comandare l'uscita (modalità veloce). RC2 deve quindi normalmente mantenere uscita 1 finché non riconosce 101, evento al quale porta l'uscita a 0, passando il controllo di nuovo a RC1.

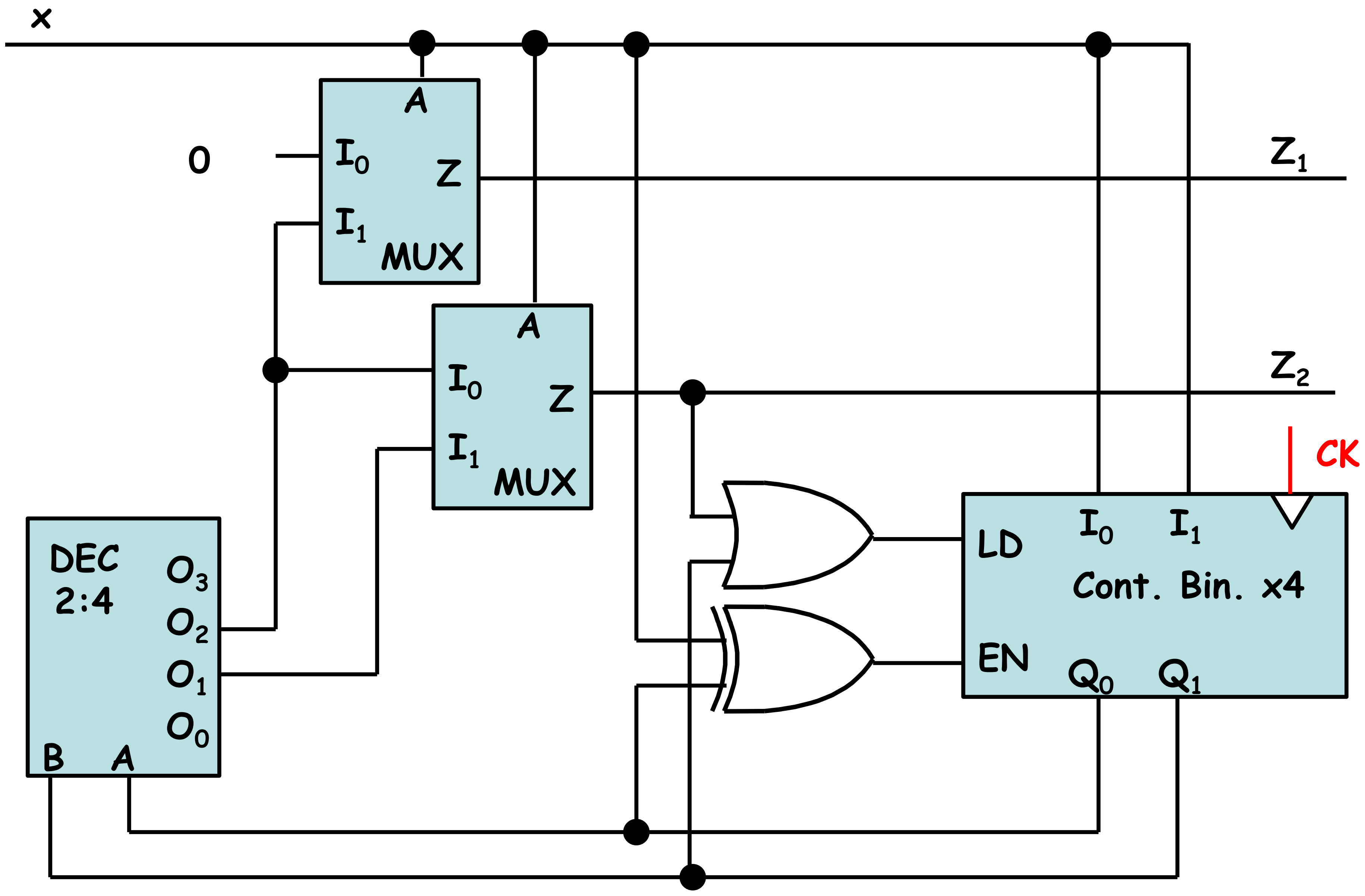


Esercizio Analisi RSS

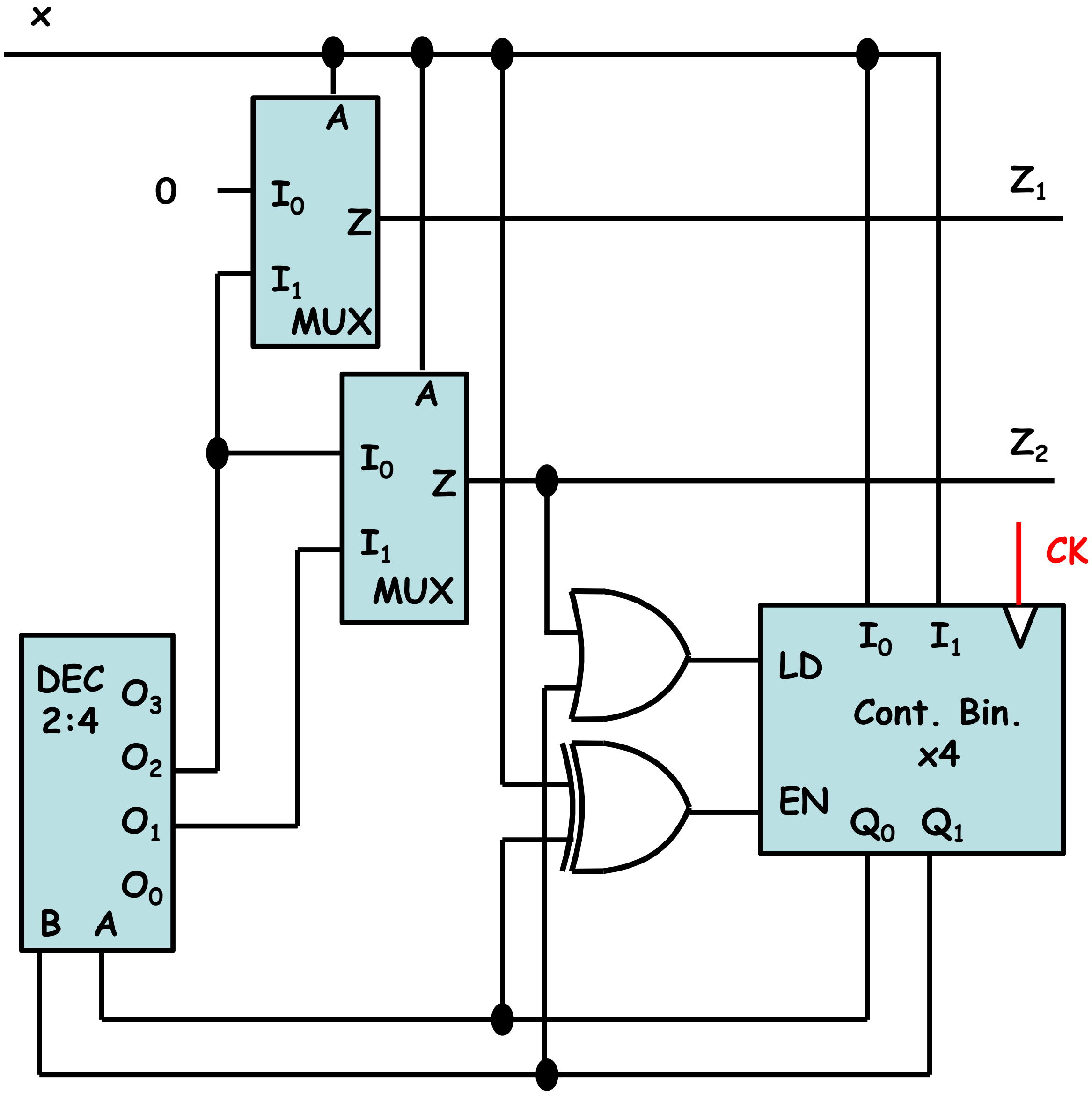
❖ Data la rete sequenziale sincrona riportata nella prossima slide, determinare:

1. le espressioni SP dei segnali di aggiornamento dello stato interno (EN, LD, I_0, I_1) e dei segnali di uscita (Z_1, Z_2)
2. Riempire una mappa con i segnali di aggiornamento e una con i segnali di uscita
3. Dedurre dalla mappa dei segnali di aggiornamento la mappa per le variabili di stato futuro.
4. Tracciare il grafo degli stati.
5. Dare una descrizione del comportamento della rete.
6. Dimostrare che è possibile eliminare dallo schema l’OR che genera il comando LD senza modificare il comportamento della rete.

Esercizio Analisi RSS



Domanda 1 - Espressioni SP



$z_1\ (SP) = 0\ x' + O_2\ x =$
$= 0 + Q_1\ Q_0'\ x$
$= Q_1\ Q_0'\ x$

$z_2\ (SP) = O_2\ x' + O_1\ x$
$= Q_1\ Q_0'\ x' + Q_1'\ Q_0\ x$

$EN\ (SP) = x\ XOR\ Q_0$
$= x'\ Q_0 + x\ Q_0'$

$LD(SP) = z_2 + Q_1$
$= Q_1\ Q_0'\ x' + Q_1'\ Q_0\ x + Q_1$
$= Q_1'\ Q_0\ x + Q_1$

$I_0(SP) = x$

$I_1(SP) = x$

Domanda 2 - Mappe

	x^n	
$(Q_1Q_0)^n$	0	1
00	0 0 0 0	1 0 1 1
01	1 0 0 0	0 1 1 1
11	1 1 0 0	0 1 1 1
10	0 1 0 0	1 1 1 1

$(EN\ LD\ I_0\ I_1)^n$

	x^n	
$(Q_1Q_0)^n$	0	1
00	0 0	0 0
01	0 0	1 0
11	0 0	0 0
10	1 0	0 1

$(Z_2\ Z_1)^n$

$EN\ (SP) = x'\,Q_0 + x\,Q_0'$

$LD(SP) = Q_1'\,Q_0\,x + Q_1$

$I_0(SP) = x$

$I_1(SP) = x$

$Z_1\ (SP) = Q_1\,Q_0'\,x$

$Z_2\ (SP) = Q_1\,Q_0'\,x' + Q_1'\,Q_0\,x$

Domanda 3 – Mappa stato futuro

$(Q_1Q_0)^n$ \ x^n	0	1
00	0 0 0 0	1 0 1 1
01	1 0 0 0	0 1 1 1
11	1 1 0 0	0 1 1 1
10	0 1 0 0	1 1 1 1

$(EN\ LD\ I_0\ I_1)^n$

$(Q_1Q_0)^n$ \ x^n	0	1
00	0 0	0 1
01	1 0	1 1
11	0 0	1 1
10	0 0	1 1

$(Q_1Q_0)^{n+1}$

1. Quando LD = 1, il contatore carica il dato in input

$$(Q_1Q_0)^{n+1} = (I_1I_0)^n$$

2. Quando LD = 0 e EN = 1, il contatore conta in avanti

$$(Q_1Q_0)^{n+1} = (1 + (Q_1Q_0)^n) \bmod 4$$

3. Quando LD = 0 e EN = 0, il contatore mantiene il valore precedente

$$(Q_1Q_0)^{n+1} = (Q_1Q_0)^n$$

Domanda 4 –TdT, TdF e grafo

x^n

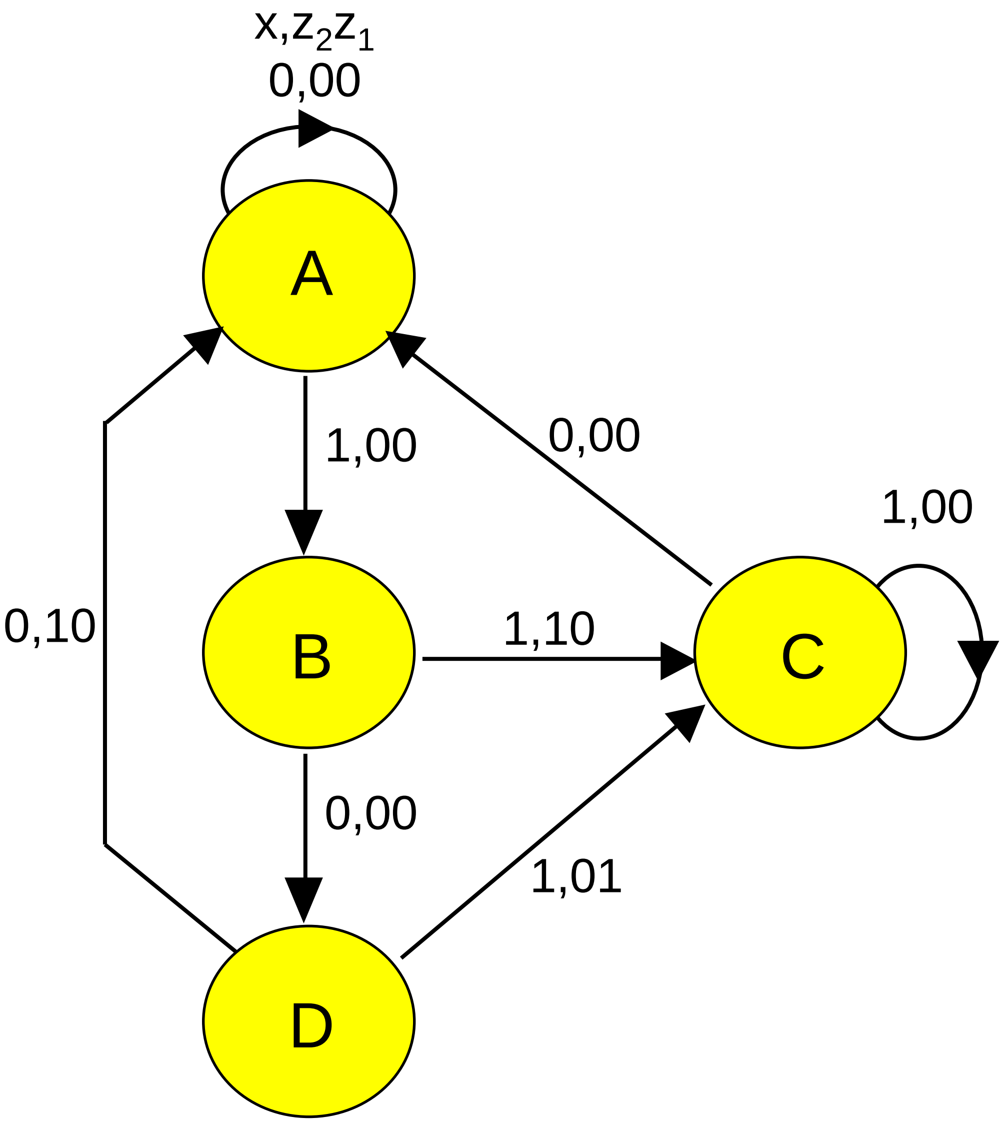
$(Q_1Q_0)^n$		**0**	**1**
	00	**00, 00**	**01, 00**
	01	**10, 00**	**11, 10**
	11	**00, 00**	**11, 00**
	10	**00, 10**	**11, 01**

$(Q_1Q_0)^{n+1}, (z_2z_1)^n$

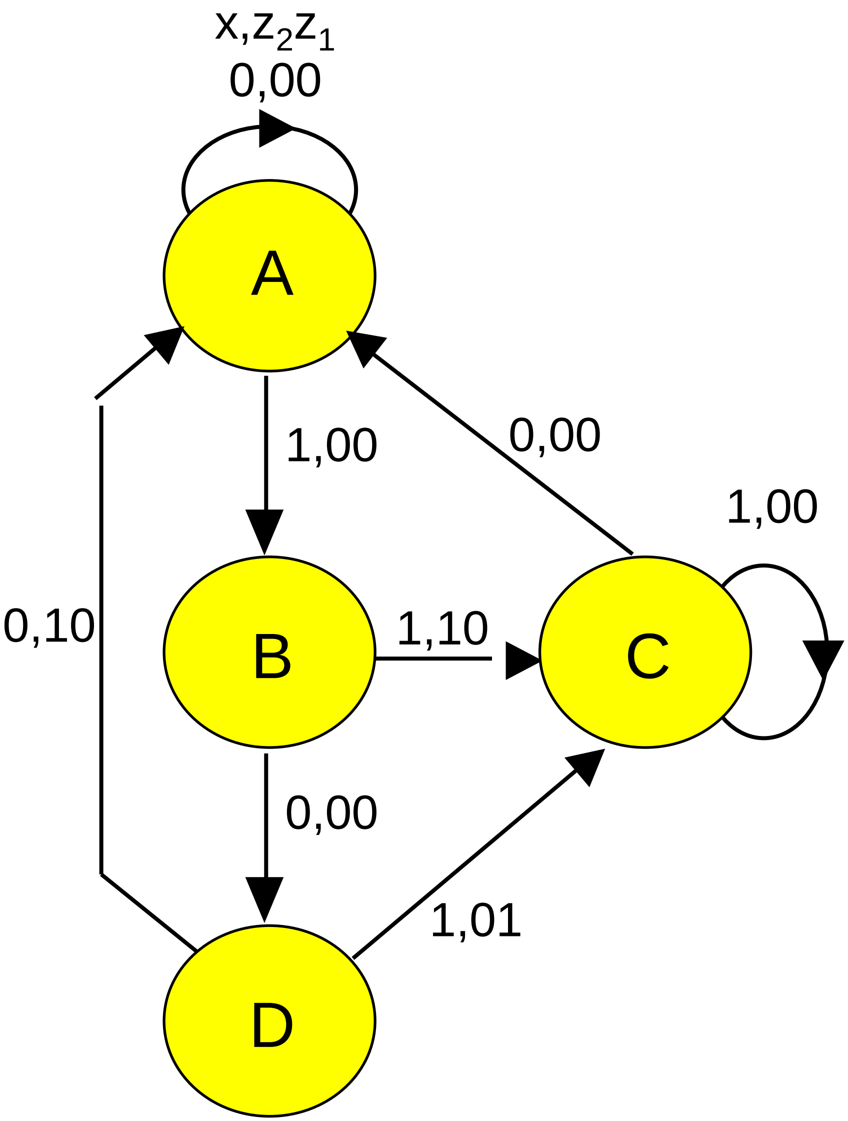
x^n

s.p.		**0**	**1**
	A=00	**A, 00**	**B, 00**
	B=01	**D, 00**	**C, 10**
	C=11	**A, 00**	**C, 00**
	D=10	**A, 10**	**C, 01**

s.f., $(z_2z_1)^n$



Domanda 5 – Comportamento



Entrambe le uscite possono essere descritte come riconoscitori di sequenze con dei vincoli.

L'uscita z_1 presenta valore "1" per un periodo di clock in presenza dell'ultimo valore della sequenza di ingresso 0-1-0-1. Quando z_1 assume valore "1" la rete dimentica le parti di sequenza riconosciuta fino a quel momento (reset del riconoscimento).

L'uscita z_2 riconosce due sequenze: presenta valore "1" per un periodo di clock in corrispondenza dell'ultimo valore sia della sequenza 0-1-1 sia della sequenza 0-1-0-0. Se z_1 assume valore "1" la rete dimentica anche le parti di sequenza riconosciuta fino a quel momento per z_2.

Domanda 6 – Eliminazione OR LD

x^n

$(Q_1Q_0)^n$	0	1
00	00	01
01	10	11
11	00	11
10	00	11

$(Q_1Q_0)^{n+1}$

x^n

$(Q_1Q_0)^n$	0	1
00	0 0 0 0	1 0 1 1
01	1 0 0 0	0 1 1 1
11	1 1 0 0	0 1 1 1
10	0 1 0 0	1 1 1 1

$(EN\ LD\ I_0\ I_1)^n$

$$LD = Z_2 + Q_1$$
$$= Q_1\, Q_0'\, x' + Q_1'\, Q_0\, x + Q_1$$

x^n

$(Q_1Q_0)^n$	0	1
00	0 0 0 0	1 0 1 1
01	1 0 0 0	0 0 1 1
11	1 1 0 0	0 1 1 1
10	0 1 0 0	1 1 1 1

$(EN\ LD\ I_0\ I_1)^n$

$$LD = \cancel{Z_2} + Q_1 \quad = Q_1$$

Con EN=LD=0 lo stato rimane 01, invece di passare a 11 ⚡

x^n

$(Q_1Q_0)^n$	0	1
00	0 0 0 0	1 0 1 1
01	1 0 0 0	0 1 1 1
11	1 0 0 0	0 0 1 1
10	0 1 0 0	1 0 1 1

$(EN\ LD\ I_0\ I_1)^n$

$$LD = z_2 + \cancel{Q_1} = Q_1\, Q_0'\, x' + Q_1'\, Q_0\, x$$

Con EN=1, stato 11 → 00

stato 10 → 11

Con EN=0, stato 11 → 11 🙂

Esercizio Sintesi RSS

Una rete sequenziale sincrona è caratterizzata da un unico segnale di ingresso X e da un unico segnale di uscita Y, entrambi sincroni rispetto al clock della rete stessa. Normalmente X assume il valore logico 0 e lo stesso valore deve essere associato ad Y. Allorché X assume il valore logico 1 occorre procedere all'attivazione del segnale Y, per un solo intervallo di clock e con un ritardo dipendente dal successivo valore assunto dal segnale X. Più precisamente

- Se $X^{n-1}=1$ e $X^{n}=0$ allora $Y^{n+4}=1$
- Se $X^{n-1}=1$ e $X^{n}=1$ allora $Y^{n+3}=1$

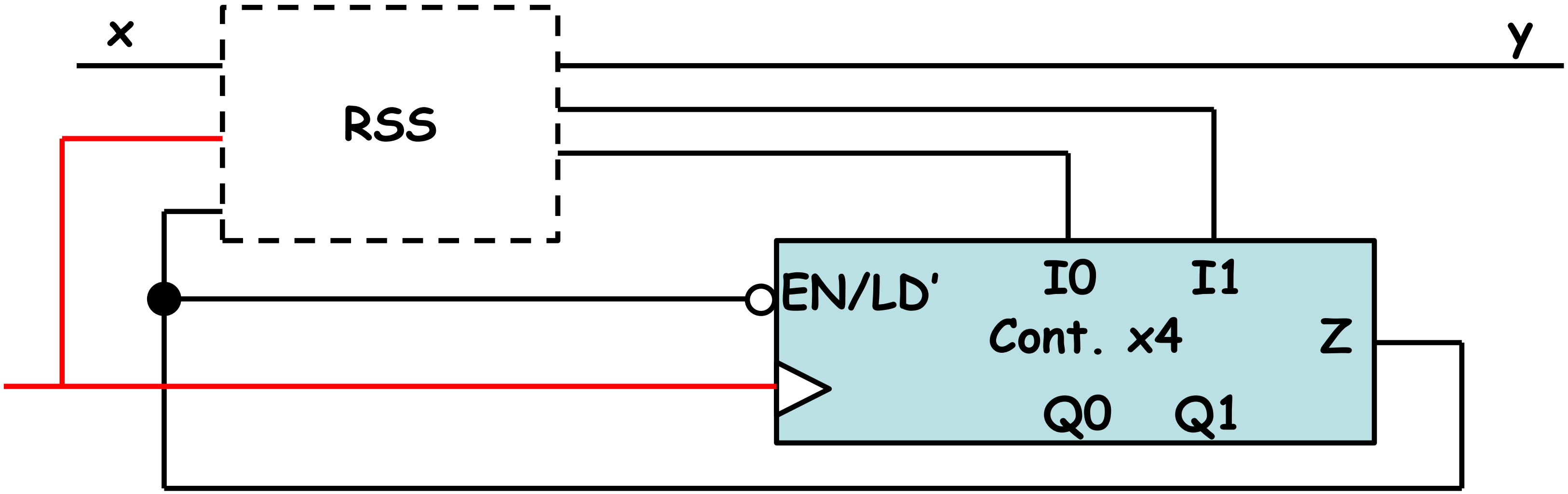
I valori del segnale X successivi ai due che determinano la modalità di attivazione del segnale Y sono da considerarsi ininfluenti. Essi dovranno essere presi di nuovo in considerazione soltanto a partire dall'intervallo di attivazione di Y.

Esercizio Sintesi RSS

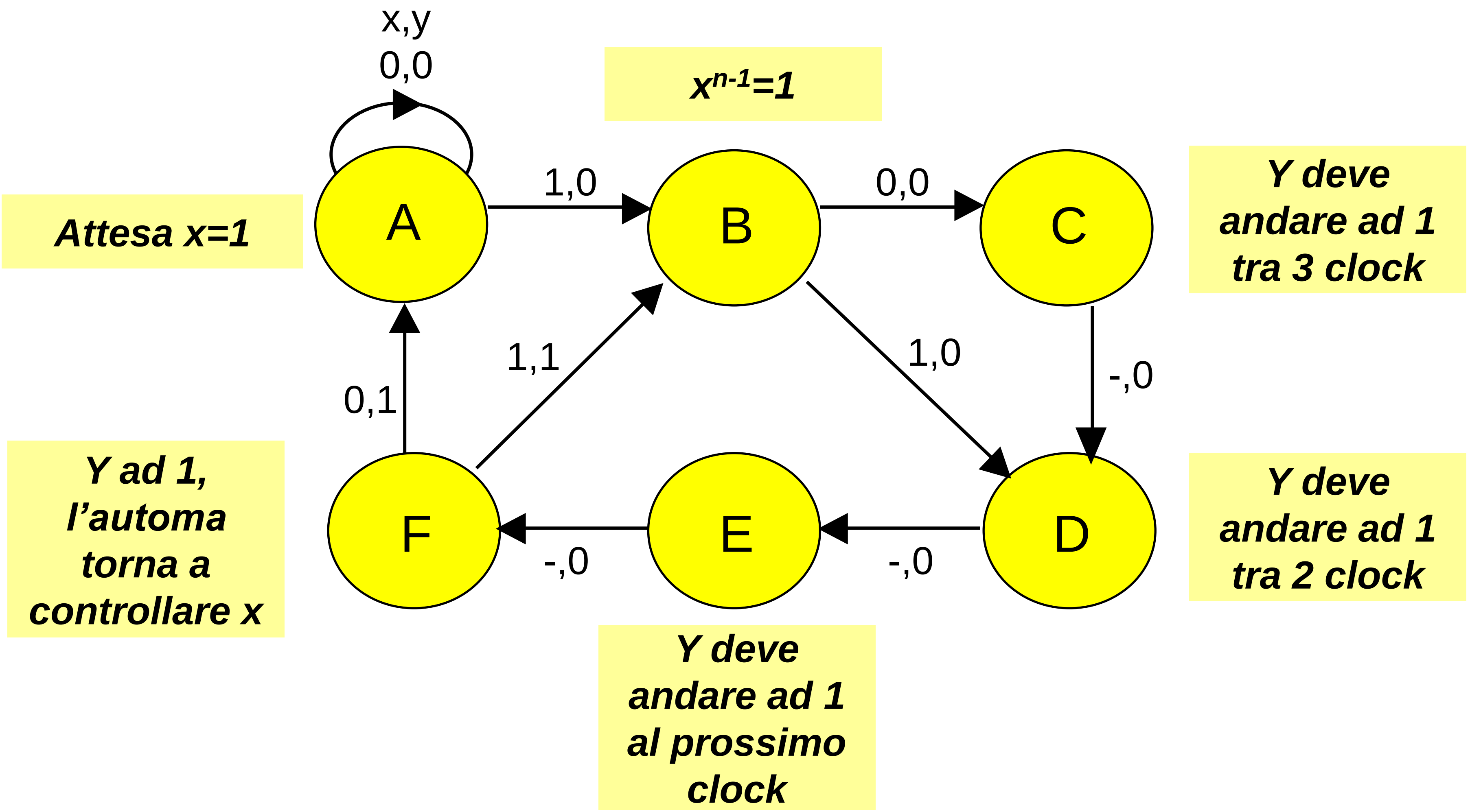
❖ Si individui il grafo degli stati della rete dell'automa minimo secondo il modello di Mealy.

❖ Nel caso in cui la RSS sia realizzata con il circuito riportato in figura, in cui il segnale Z del contatore indica il successivo trabocco, ovvero è realizzato come Q_1Q_0, individuare

- ❖ Il grafo degli stati di RSS
- ❖ la realizzazione a NAND e flip-flop T di RSS



Domanda 1



Attesa x=1

$x^{n-1}=1$

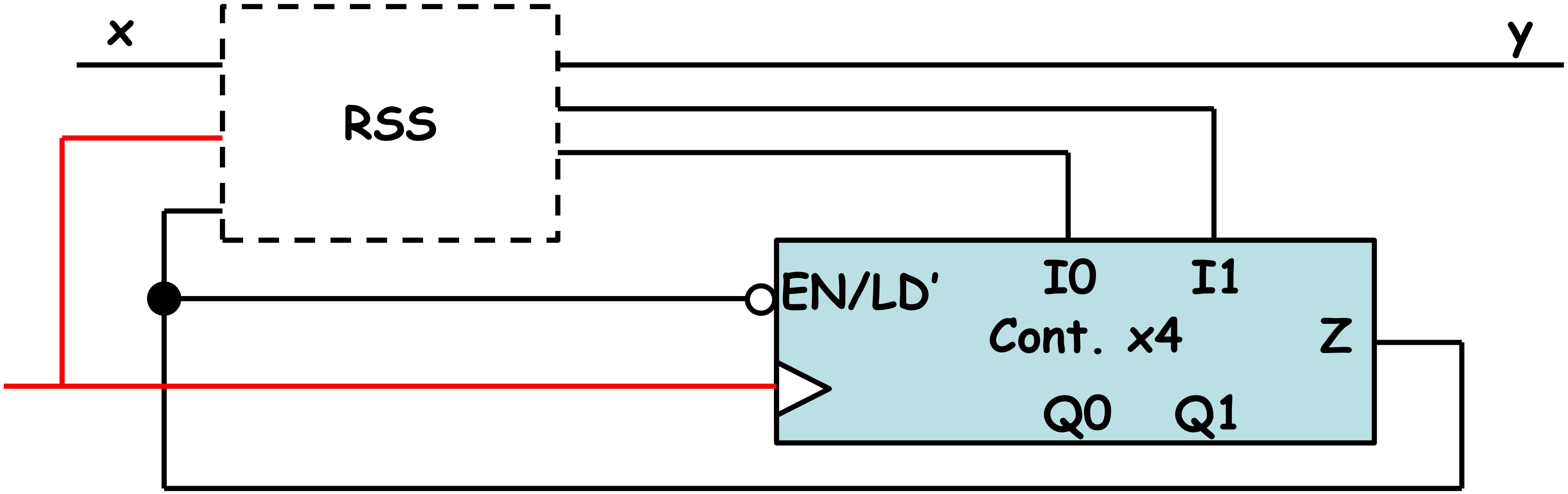
Y deve andare ad 1 tra 3 clock

Y deve andare ad 1 tra 2 clock

Y deve andare ad 1 al prossimo clock

Y ad 1, l’automa torna a controllare x

Domanda 2

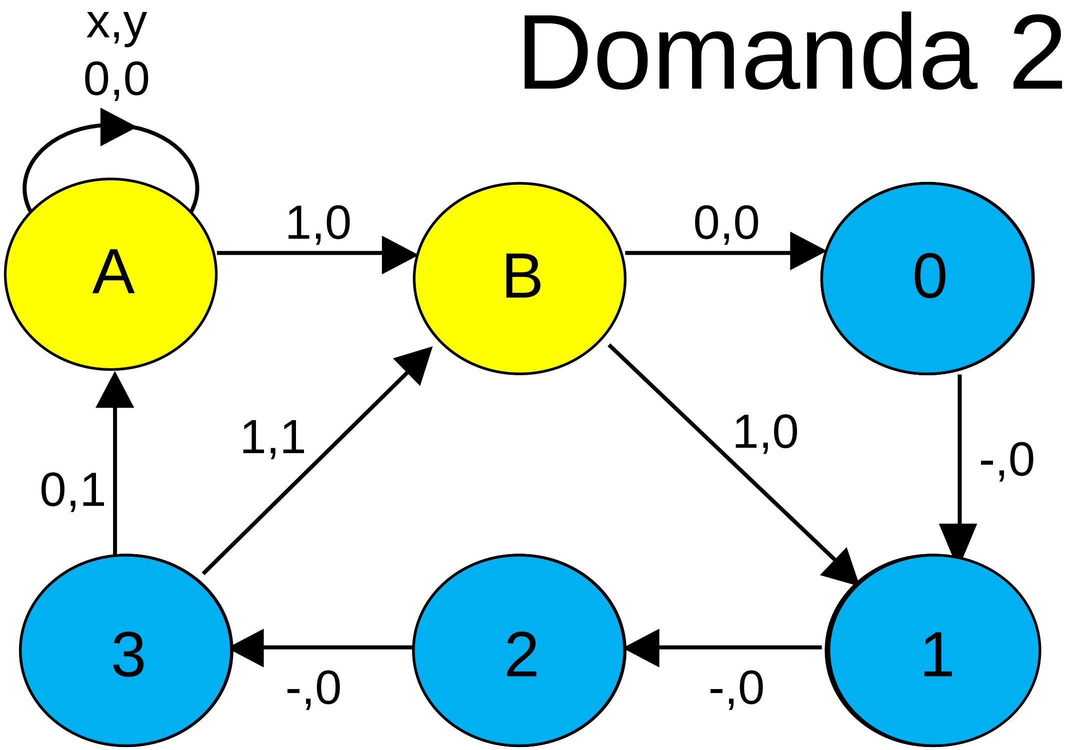


La rete RSS, avendo in ingresso Z, che segnala quando il conteggio ha raggiunto 11, può usare il contatore per contare gli intervalli che devono trascorrere da X=1 al momento nel quale attivare l'uscita.

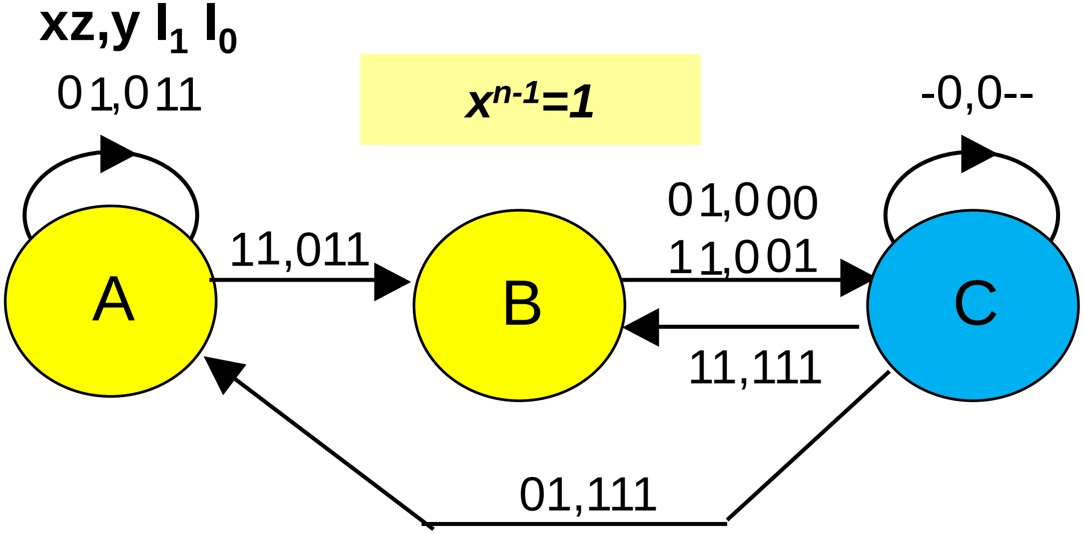
Avendo un unico ingresso per EN e LD, il contatore dato o conta (Z=0 → EN=1) o carica il valore in input (Z=1 → EN/LD'=0 → LD=1).

Il contatore quindi conta fino a 3 (11) e poi carica il valore presente su I1 I0. Per mantenere il contatore pronto da caricare col valore che serve a RSS, non avendo direttamente accesso ad EN, la rete RSS non può che indicare continuamente come configurazione da caricare 11, per mantenere LD attivo.

Domanda 2



● **Stati usati per contare i periodi di clock**



$x^{n-1}=1$

Attesa x=1

Attesa contatore

Domanda 3 – TdF e TdT

$(x\ z)^n$

		00	01	11	10
	A	-,---	A,011	B, 011	-,---
s.p.	**B**	-,---	C,000	C,001	-,---
	C	C,0--	A,111	B,111	C,0--

s.f., $(y\ l_1\ l_0)^n$

$(x\ z)^n$

		00	01	11	10
	A=00	--,---	00,011	01,011	--,---
	B=01	--,---	11,000	11,001	--,---
	C=11	11,0--	00,111	01,111	11,0--
$(q_1\ q_0)^n$	**10**	--,---	--,---	--,---	--,---

$(q_1\ q_0)^{n+1}$, $(y\ l_1\ l_0)^n$

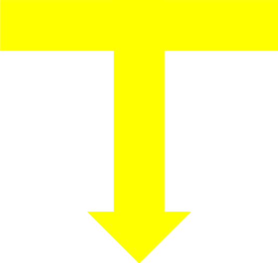
Domanda 3 – Sintesi combinatoria

$(x\ z)^n$

$(q_1q_0)^n$	00	01	11	10
00	-	0	0	-
01	-	1	1	-
11	1	0	0	1
10	-	-	-	-

q_1^{n+1}

q^n	q^{n+1}		T^n
0	0	0	0
1	1	1	0
0	1	1	1
1	0	0	1



$(x\ z)^n$

$(q_1q_0)^n$	00	01	11	10
00	-	0	0	-
01	-	1	1	-
11	0	1	1	0
10	-	-	-	-

T_1^n

$T_1 = z\ q_0$

$T_1 = (z \uparrow q_0) \uparrow 1$

Domanda 3 – Sintesi combinatoria

$(x\ z)^n$

$(q_1q_0)^n$

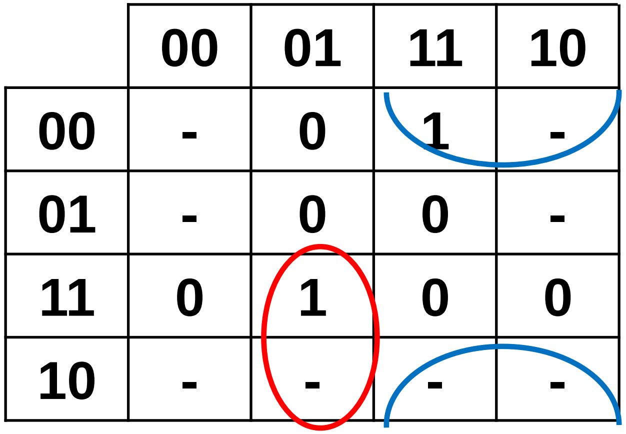
	00	01	11	10
00	-	0	1	-
01	-	1	1	-
11	1	0	1	1
10	-	-	-	-

q_0^{n+1}

q^n	q^{n+1}		T^n
0	0	0	0
1	1	1	0
0	1	1	1
1	0	0	1

$(x\ z)^n$

$(q_1q_0)^n$



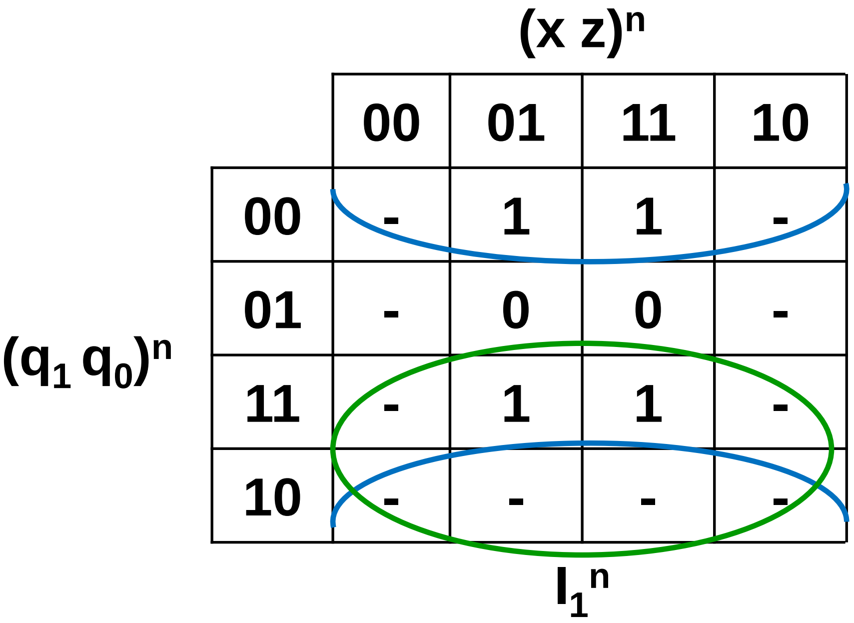
	00	01	11	10
00	-	0	1	-
01	-	0	0	-
11	0	1	0	0
10	-	-	-	-

T_0^n

$T_0 = x'\,z\,q_1 + x\,q_0'$

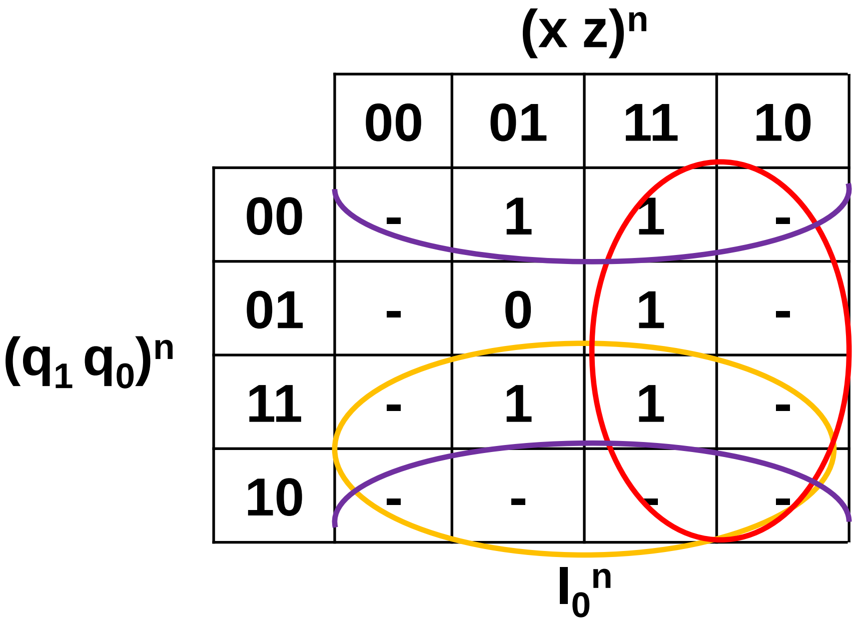
$T_0 = (x' \uparrow z \uparrow q_1) \uparrow (x \uparrow q_0')$

Domanda 3 – Sintesi combinatoria



$(q_1 q_0)^n$ \ $(x z)^n$	00	01	11	10
00	-	1	1	-
01	-	0	0	-
11	-	1	1	-
10	-	-	-	-

I_1^n



$(q_1 q_0)^n$ \ $(x z)^n$	00	01	11	10
00	-	1	1	-
01	-	0	1	-
11	-	1	1	-
10	-	-	-	-

I_0^n

$I_1 = q_1 + q_0'$

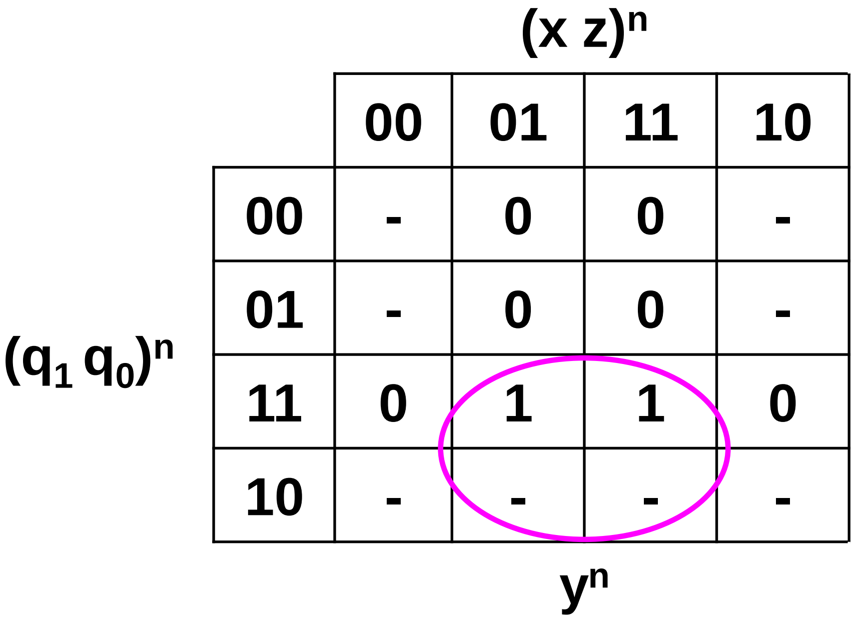
$I_1 = q_1' \uparrow q_0$

$I_0 = q_1 + q_0' + x$

$I_0 = q_1' \uparrow q_0 \uparrow x'$

$y = z\, q_1$

$y = (z \uparrow q_1) \uparrow 1$



$(q_1 q_0)^n$ \ $(x z)^n$	00	01	11	10
00	-	0	0	-
01	-	0	0	-
11	0	1	1	0
10	-	-	-	-

y^n